

Résonance

Cours : Applications des mathématiques.
Examen oral : 15 minutes.
Maître : Bernard Vuilleumier.

Description

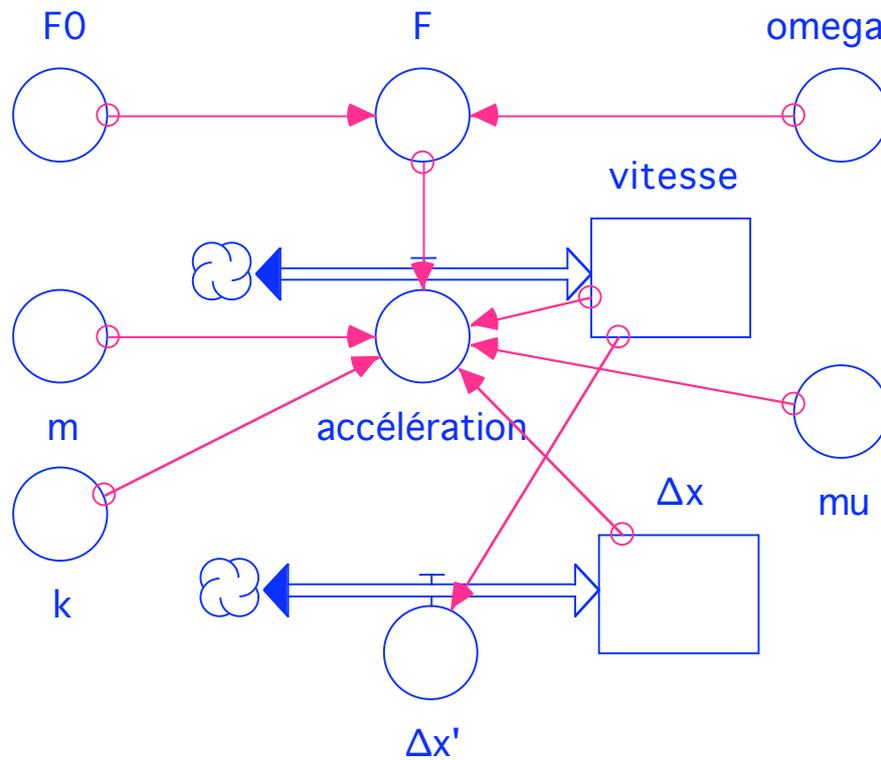
Un oscillateur harmonique subit une force de rappel $\vec{F}_{\text{rappel}} = -k\Delta\vec{x}$, une force de frottement proportionnelle à la vitesse d'oscillation $\vec{F}_{\text{frottement}} = -\mu\vec{v}$ et une force périodique $\vec{F} \equiv \vec{F}_0 \cos(\omega t)$.

Questions

1. Construisez un modèle STELLA permettant de simuler le mouvement de l'oscillateur.
2. Etablissez le graphique donnant l'amplitude de l'oscillation en utilisant les valeurs suivantes :
masse : $m = 50$ g
constante de la force de rappel : $k = 20$ N/m
constante de la force de frottement : $\mu = 0.1$ kg/s
écart initial : $\Delta x = 10$ cm
vitesse initiale : 0 m/s
amplitude maximale de la force périodique : $F_0 = 1$ N
fréquence circulaire : $\omega = 19$ rad/s
3. Pour quelle fréquence circulaire ω de la force périodique la résonance se produit-elle et que vaut alors l'amplitude d'oscillation ?

Corrigé

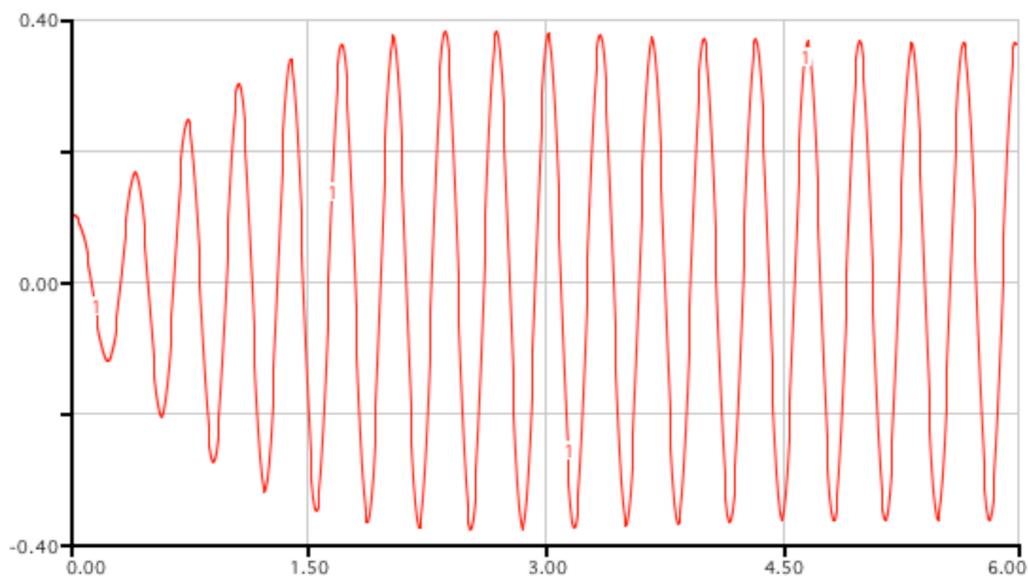
Le modèle



$$\text{accélération} = (-k \cdot \Delta x - \mu \cdot \text{vitesse} + F) / m$$

$$F = F_0 \cdot \cos(\omega \cdot \text{TIME})$$

L'amplitude



Résonance (méthode RK4 $\Delta t = 0.01$ s)

La résonance se produit lorsque ω est égale à la fréquence propre de l'oscillateur donnée par $\sqrt{\frac{k}{m}} = 20$ rad/s.

L'amplitude d'oscillation vaut alors 0.5 m.