

Mouvement de particules chargées dans un champ électrique uniforme

Données numériques

$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$; (* charge élémentaire *)
 $m_e = 9.1095 \cdot 10^{-31}$; (* masse de l'électron *)
 $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}$; (* masse du proton *)

Question 1

Un électron et un proton sont placés immobiles dans un champ électrique de \vec{E} . Que vaut la vitesse de chacune de ces particules un temps t après qu'elles ont été lâchées ?

Corrigé 1

Une particule de charge q placée dans un champ électrique \vec{E} subit une force $\vec{F} = q \vec{E}$. Connaissant la masse m de la particule, on peut trouver son accélération $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, puis la distance $d = \frac{1}{2} a t^2$ qu'elle parcourt en un temps t . Le travail $qU = qEd$ effectué par la force sur la particule est égal à l'énergie sa variation d'énergie cinétique, ce qui permet d'exprimer v en fonction des quantités données $v = \frac{qE}{m} t$

$v[\text{champE}_-, t_-, q_-, m_-] := q * \text{champE} / m * t$

$v[580, 4.8 \cdot 10^{-8}, e, m_e]$ (* vitesse de l'électron *)

$$4.88984 \times 10^6$$

$v[580, 4.8 \cdot 10^{-8}, e, m_p]$ (* vitesse du proton *)

$$2663.16$$

Question 2

Un proton est projeté selon un axe Ox dans une région où règne un champ électrique uniforme \vec{E} qui a même direction que l'axe Ox mais qui est de sens opposé au déplacement du proton. Le proton parcourt une distance d avant de s'immobiliser.

- Que vaut l'accélération du proton ?
- Quelle est sa vitesse initiale ?
- Combien de temps ce freinage a-t-il duré ?

Corrigé 2

a) La grandeur de l'accélération est donnée $a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$

b) Le travail de la force exercée sur le proton est égal à sa variation d'énergie cinétique $-qEd = -\frac{m v^2}{2}$, ce

qui permet d'exprimer sa vitesse initiale $v = \sqrt{\frac{2 qEd}{m}}$

c) Le proton est animé d'un MRUA. La durée du freinage est donnée par $t = \frac{v}{a} = \frac{\sqrt{\frac{2 q E d}{m}}}{\frac{q E}{m}} = \sqrt{\frac{2 d m}{q E}}$

`a[champE_, q_, m_] := q * champE / m`

`a[8 * 10^5, e, mp] (* accélération *)`

`7.65276 × 1013`

`v[champE_, d_, q_, m_] := Sqrt[2 q * champE * d / m]`

`v[8 * 10^5, 0.07, e, mp] (* vitesse *)`

`3.2732 × 106`

`t[champE_, d_, q_, m_] := Sqrt[2 d * m / (q * champE)]`

`t[8 * 10^5, 0.07, e, mp] (* durée du freinage *)`

`4.27716 × 10-8`

Question 3

Un proton part de l'arrêt et accélère dans un champ électrique uniforme \vec{E} . Un instant plus tard, sa vitesse - non relativiste car beaucoup plus petite que la vitesse de la lumière, vaut v .

- Quelle est l'accélération de ce proton ?
- Quel temps faut-il au proton pour atteindre cette vitesse ?
- Quelle distance a-t-il parcourue lorsqu'il atteint cette vitesse ?
- Que vaut alors son énergie cinétique ?

Corrigé 3

a) La grandeur de l'accélération est donnée par $a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}$

b) Le temps nécessaire pour atteindre cette vitesse s'obtient par $t = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{qE}{m}} = \frac{mv}{qE}$

c) La distance parcourue (MRUA) est donnée par $d = \frac{vt}{2} = \frac{m v^2}{2 q E}$

d) Son énergie cinétique est donnée par $E_{\text{cin}} = \frac{m v^2}{2}$

`a[champE_, q_, m_] := q * champE / m`

`a[360, e, mp]`

`3.44374 × 1010`

`t[champE_, v_, q_, m_] := m * v / (q * champE)`

`t[360, 8 * 10^5, e, mp]`

`0.0000232306`

`d[champE_, v_, q_, m_] := m * v^2 / (2 q * champE)`

`d[360, 8 * 10^5, e, mp]`

`9.29222`

`Ecin[v_, m_] := m * v^2 / 2`

$E_{cin}[8 * 10^5, \text{mp}]$

$$5.35232 \times 10^{-16}$$

Question 4

Un proton se déplace à la vitesse v horizontalement. Il pénètre dans un champ électrique uniforme vertical \vec{E} .

- Quel temps faut-il à ce proton pour parcourir une distance x horizontalement ?
- Quel déplacement vertical y a-t-il subi après avoir parcouru cette distance horizontale x ?
- Que valent les composantes horizontale v_x et verticale v_y de sa vitesse lorsqu'il a parcouru cette distance horizontale x ?

N. B. On néglige tout effet gravitationnel dans ce problème.

Corrigé 4

a) Le mouvement horizontal du proton est une MRU. Le temps nécessaire pour franchir une distance x vaut $t = \frac{x}{v}$

b) Le mouvement vertical du proton est une MRUA. La distance y franchie par le proton durant ce temps est donnée par $y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2 = \frac{qEx^2}{2mv^2}$

c) La composante horizontale v_x de la vitesse est constante et égale v . La composante verticale est donnée par $v_y = at = \frac{qEx}{mv}$

$$t[v_ , x_] := x / v$$

$$t[6.4 * 10^5, 0.07]$$

$$1.09375 \times 10^{-7}$$

$$y[v_ , champE_ , x_ , q_ , m_] := q * champE * x^2 / (2 * m * v^2)$$

$$y[6.4 * 10^5, 9.6 * 10^3, 0.07, e, \text{mp}]$$

$$0.00549295$$

$$vy[v_ , champE_ , x_ , q_ , m_] := q * champE * x / (m * v)$$

$$vy[6.4 * 10^5, 9.6 * 10^3, 0.07, e, \text{mp}]$$

$$100442.$$

Question 5

Un électron est projeté sous un angle θ par rapport à l'horizontale à une vitesse v dans une région de l'espace où règne un champ électrique vertical \vec{E} .

- Quel temps faut-il à cet électron pour retourner à sa hauteur initiale ?
- Quelle hauteur maximale atteint-il ?
- Que vaut son déplacement horizontal lorsqu'il atteint cette hauteur maximale ?

N. B. On néglige tout effet gravitationnel dans ce problème.

Corrigé 5

a) Le mouvement vertical de l'électron est une MRUA. Le temps nécessaire pour retourner à sa hauteur initiale est le double du temps de montée. Il est donné par $t = 2 \frac{v_y}{a} = 2 \frac{mv \sin \theta}{F} = 2 \frac{mv \sin \theta}{qE}$

b) La hauteur maximale atteinte est donnée par $y = \frac{1}{2} a \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} t^2 = \frac{m v^2 \sin^2 \theta}{2 q E}$

c) Le déplacement horizontal s'effectue selon un MRU et est donné par $x=v_x t=v \cos\theta \frac{mv \sin\theta}{qE} = \frac{m v^2 \sin\theta \cos\theta}{qE}$

```
t[theta_, v_, champE_, q_, m_] := 2 m * v * Sin[theta] / (q * champE)
```

```
t[15 Degree, 8.2 * 10^5, 670, e, me]
```

```
3.60695 × 10-9
```

```
y[theta_, v_, champE_, q_, m_] := m * v^2 * Sin[theta]^2 / (2 q * champE)
```

```
y[15 Degree, 8.2 * 10^5, 670, e, me]
```

```
0.000191377
```

```
x[theta_, v_, champE_, q_, m_] := m * v^2 * Sin[theta] Cos[theta] / (q * champE)
```

```
x[15 Degree, 8.2 * 10^5, 670, e, me]
```

```
0.00142846
```