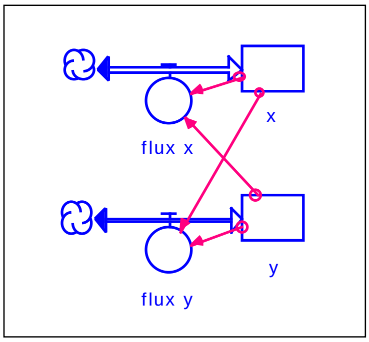
Lettre nº 19

Club STELLA



Centre informatique
pédagogique (CIP)
Case Postale 172
1211 GENEVE 3
Tél. (022) 318.05.30

Responsable:
Bernard Vuilleumier

Mardi 9 février 1993 à 17 h

Obtenir des formes naturelles à l'aide de transformations affines

Il est possible de faire subir différentes transformations à une figure du plan. On peut la *faire tourner*, l'*étirer*, la *rétrécir*, la *réfléchir* ou la *déplacer*. Ces opérations et leurs combinaisons sont appelées des transformations affines.

Lorsqu'on applique une transformation affine à une figure, les lignes droites restent des lignes droites

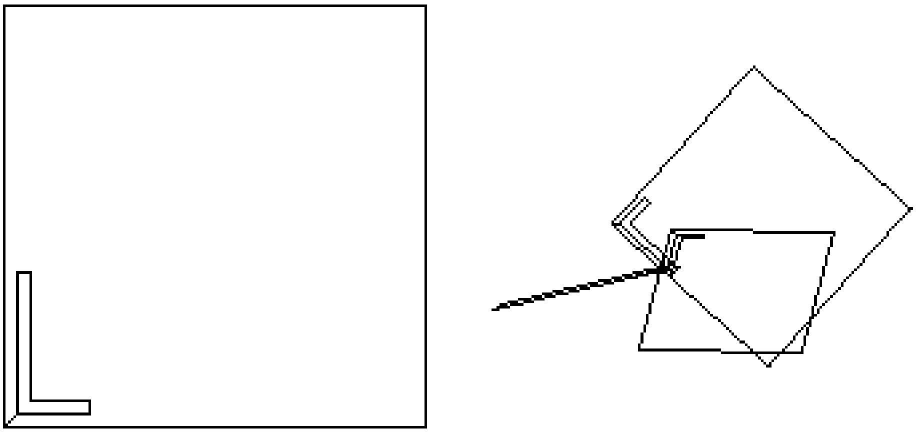


Fig. 1: En appliquant trois transformations affines à la figure de gauche (image initiale) on obtient la figure de droite. Les lignes droites restent des lignes droites.

Les transformations affines, bien que très simples, permettent néanmoins d'obtenir des figures d'une complexité insoupçonnée. En réitérant l'application des transformations à l'image obtenue, on crée une boucle à rétroaction. Si chaque transformation est contractante, c'est-à-dire si elle diminue la taille de la figure initiale, on finit par obtenir une image qui ne se modifie plus, quelle que soit l'image initiale. C'est l'*attracteur* du processus. En itérant des transformations affines convenablement choisies, le logiciel *STELLA* permet d'obtenir différentes formes naturelles.

Chaque ensemble de transformations affines contractantes possède un et un seul attracteur

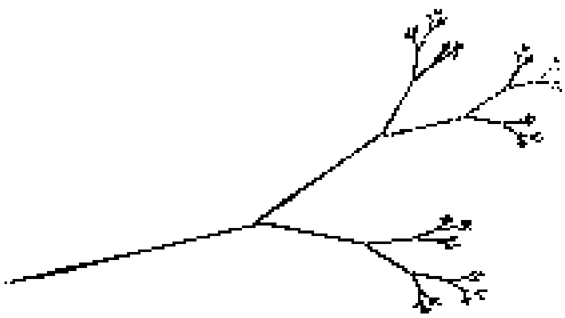


Fig. 2: En réitérant un grand nombre de fois l'application des trois transformations affines de la fig. 1, on obtient un attracteur en forme de brindille.

Travaux pratiques

Transformation linéaire et transformation affine

Une *transformation linéaire* F du plan est une transformation qui associe à chaque point P un point $F(P)$ telle que $F(P_1 + P_2) = F(P_1) + F(P_2)$ pour tous les points P_1 et P_2 et telle que $F(sP) = sF(P)$ pour tout nombre réel s et pour tout point P. Si $P = (x, y)$ et $F(P) = (u, v)$, alors $u = ax + by$ et $v = cx + dy$. En d'autres termes, une transformation linéaire est déterminée par quatre coefficients, a, b, c et d. Une telle transformation peut être représentée, par rapport à un système d'axes, par une matrice:

$$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$$

Une *transformation affine* w s'obtient en composant une transformation linéaire avec une translation. Autrement dit, si F est une transformation linéaire et Q un point, $w(P) = F(P) + Q$ est une transformation affine. On peut donc caractériser une transformation affine par six nombres:

$$\begin{matrix} a & b & e \\ c & d & f \end{matrix}$$

où e et f donnent la translation.

Exercice

a) Construire un modèle *STELLA* opérant les trois transformations affines suivantes:

$$\begin{matrix} 0.387 & 0.430 & 0.256 \\ 0.430 & -0.387 & 0.522 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0.441 & -0.091 & 0.422 \\ -0.009 & -0.322 & 0.506 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -0.468 & 0.020 & 0.400 \\ -0.113 & 0.015 & 0.400 \end{matrix}$$

b) Réitérer un grand nombre de fois l'application de ces transformations à un point initial et représenter dans le plan la succession des points obtenus.

c) Comment cette succession de points est-elle modifiée si on part d'un autre point initial ?

Prochaine réunion: mardi 9 mars 1993 à 17h.