Club Stella

Centre informatique
pédagogique (CIP)
Rue Théodore-de-Bèze 2
Case Postale 172
1211 GENÈVE 3
Tél: (022) 318.05.30
Fax: (022) 781.03.50

Lettre nº 21

Mardi 20 avril 1993 à 17 h

Hasard et déterminisme

Bernard Vuilleumier

L'étude d'un phénomène naturel ne débute pas par l'examen d'un système d'équations. Au contraire, les équations constituent plutôt l'aboutissement d'un long processus de modélisation durant lequel il faut constamment identifier des grandeurs à mesurer, élaborer des expériences, analyser et interpréter des résultats. Au cours de ce processus, la question se pose parfois de savoir si les résultats d'une mesure sont le fruit du hasard ou s'il existe une équation sous-jacente déterminant les nombres obtenus.

Imaginez que vous mesuriez une grandeur à intervalles de temps réguliers -la concentration d'un ion dans une réaction chimique par exemple - et que vous obteniez, selon les conditions expérimentales, la première ou la deuxième série temporelle de la figure 1. Vous aimeriez maintenant savoir si ces séries sont aléatoires ou déterminées.

Ces évolutions sont-elles aléatoires ou existe-t-il une équation sous-jacente déterminant les points successifs?

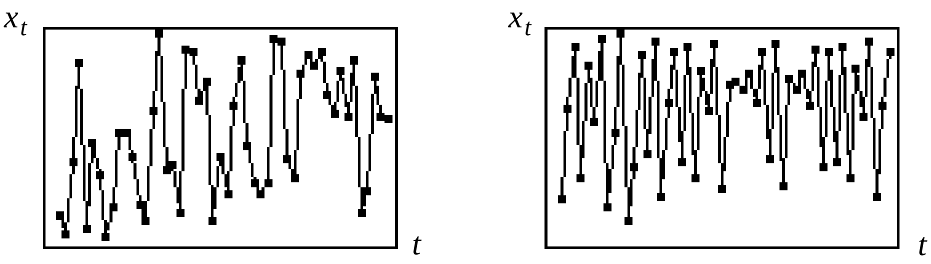

Fig. 1: Ces deux graphiques pourraient très bien représenter le résultat de mesures effectuées sur des systèmes différents. Ces séries temporelles sont-elles aléatoires ou déterminées? Ce type de question se pose très souvent en sciences expérimentales.

Il existe un moyen simple de savoir si un série temporelle est aléatoire ou déterminée. Il suffit de reporter x_t en fonction de $x_{t\text{-}1}$. Si la série temporelle est aléatoire, les points ainsi obtenus seront distribués uniformément. Si la valeur x_t dépend fortement de la valeur $x_{t\text{-}1}$ et peu ou pas du tout des autres valeurs, les points se placeront, dans cette représentation, sur une courbe.

Si l'évolution est aléatoire, les points se répartissent uniformément dans cette représentation. Sinon, ils forment une structure

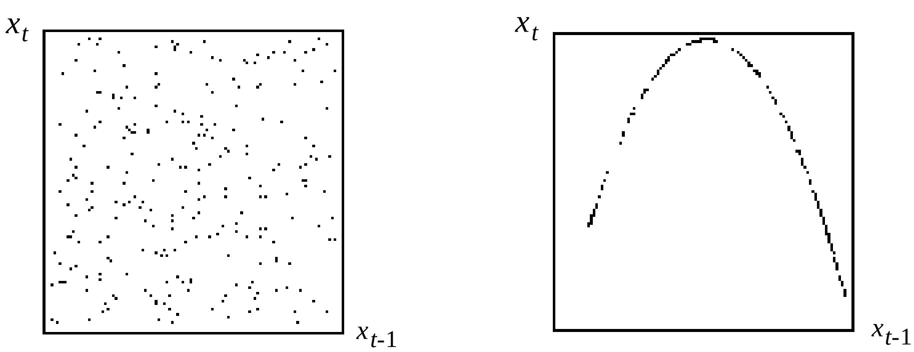

Fig. 2: En reportant x_t en fonction de $x_{t\text{-}1}$, on voit apparaître des points distribués uniformément si la série temporelle est aléatoire, et une structure si la série est déterminée.

Il est possible d'obtenir la série temporelle à partir de la parabole à l'aide d'un procédé graphique

Le report de x_t en fonction de x_{t-1} élimine totalement l'aspect aléatoire de la deuxième évolution. Dans cette nouvelle représentation, les points se distribuent en effet sur une parabole. Ceci révèle un processus déterministe et indique que les valeurs de la série temporelle peuvent être obtenues par l'itération de la parabole.

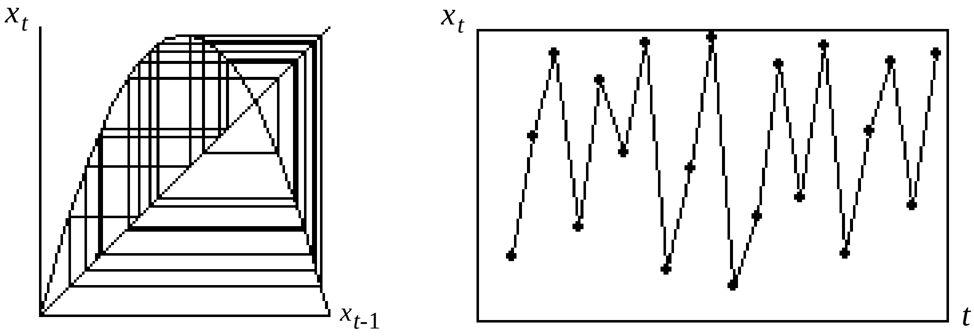

Fig. 3: L'itération graphique de la parabole se fait ici à partir de la valeur initiale x_0=0.2. On place ce point sur la droite y=x, on s'élève jusqu'à la parabole pour obtenir y=f(x), puis on trace une horizontale jusqu'à la droite. On trouve ainsi x_1. En répétant ce procédé, on obtient les points de la série temporelle.

Travaux pratiques

Exercice 1

a) Créer une liste de 500 nombres aléatoires compris entre 0 et 1.
b) Etablir, à partir des 50 premiers nombres de cette liste, un graphique de type «série temporelle».
c) Calculer 500 valeurs à l'aide de l'équation $x_t = rx_{t-1}(1-x_{t-1})$ en partant de x_0=0.2 et avec r=3.9.
d) Représenter graphiquement les 50 premières valeurs de cette deuxième liste en fonction du temps.
e) Reporter x_t en fonction de x_{t-1} pour chacune de ces deux listes.

Exercice 2

a) Calculer 500 points en partant de l'origine et en appliquant la transformation suivante: $H(x, y)=(1-ax^2+y, bx)$, avec a=1.4 et b=0.3.
b) Etablir, à partir de l'abscisse des 50 premiers points obtenus, un graphique de type «série temporelle».
c) Reporter x_t en fonction de x_{t-1} pour les 500 points.

N. B. Les corrigés des exercices sont disponibles sur le serveur de fichiers du DIP de Genève sous forme de modèles *STELLA* (exécutables sur Macintosh uniquement).

Prochaine réunion: mardi 18 mai 1993 à 17h.