Modélisation
Simulation

Centre informatique
pédagogique (CIP)
Rue Théodore-de-Bèze 2
Case Postale 3144
1211 GENÈVE 3
Tél: (022) 318.05.30
Fax: (022) 781.03.50

Lettre nº 33

Mardi 11 octobre 1994 à 17 h

Populations

Bernard Vuilleumier

Les modèles d'évolution de populations font intervenir les taux de fécondité et les taux de mortalité par âge

Pour faire des prévisions sur l'évolution d'une population – humaine ou animale – on utilise des modèles. Dans le cas des populations humaines, les grandeurs les plus couramment prises en considération dans ces modèles sont les *taux de fécondité* et les *taux de mortalité*. Le taux de fécondité est défini par âge pour chaque année future. Il indique la proportion de femmes d'un âge donné qui donnent naissance à un enfant dans l'année considérée. Le taux de mortalité est aussi défini par âge pour chaque année. Sa valeur est fixée en fonction de l'évolution passée de la mortalité et d'hypothèses sur la disparition de certaines causes de décès ou sur leur renforcement. Les effectifs féminins par âge sont alors calculés de proche en proche en simulant le vieillissement de la population. Si ces taux ne sont pas connus par âge ou classes d'âge, on peut utiliser les valeurs moyennes de la natalité et de la mortalité, mais on perd alors la possibilité de connaître les effectifs par âge de la population.

Les répartitions par âge des populations (pyramides des âges) témoignent de l'importance passée, présente et future d'une population

Les répartitions par âge des populations sont très importantes pour les démographes. Le nombre de personnes âgées témoigne de l'importance passée et de la mortalité de la population; celui des enfants préfigure l'importance future de la population. On peut par exemple classer les grands pays du monde par nombre de personnes âgées, par nombre d'adultes en âge de travailler, par nombre de jeunes, ou par nombre d'enfants. Selon la prévision moyenne des Nations unies(1), l'Europe place un pays sur deux dans les vingt premiers quand on considère les personnes âgées. Elle sera entièrement éliminée du classement pour les enfants en l'an 2000. Inversement, l'Afrique, actuellement absente dans le premier classement, possédera quatre pays dans le dernier en l'an 2000. Supposons que, brusquement, le comportement des Européens se modifie et qu'ils se mettent à concevoir tous un enfant supplémentaire. Ce retournement de tendance serait le plus fort de l'histoire car il élèverait le taux de fécondité actuel de 50% au moins pour la plupart des pays. Mais cette attitude, même si elle se maintenait jusqu'en l'an 2000, serait encore insuffisante à empêcher le déclin de l'Europe car la *structure d'âge* de cette dernière est défavorable à cet égard : les futures mères de l'an 2000 sont déjà nées et elles sont moins nombreuses en Europe que dans plusieurs nations actuellement moins peuplées.

L'existence de délais dans les modèles décrivant la dynamique d'une population peut donner lieu à des comportements très riches, voire à l'apparition du chaos

D'une manière générale, lorsqu'on étudie le processus d'évolution d'une population, on doit tenir compte d'événements s'étant produits dans un passé plus ou moins lointain: il s'écoule plusieurs années entre la naissance d'un individu et le moment où il atteint sa maturité sexuelle, condition nécessaire pour qu'il puisse se reproduire. Le taux global de fécondité d'une population à un instant donné repose donc sur des individus qui sont nés plusieurs années auparavant. L'existence de *délais* dans les modèles décrivant la dynamique d'une population peut donner lieu à des comportements très riches, voire à l'apparition du chaos. L'analyse théorique de ces comportements est souvent fort complexe, mais l'ordinateur permet de simuler sans trop de difficulté l'effet de ces délais.

(1) Voir l'annuaire sur l'évolution de la population mondiale publié chaque année par la division de la population des Nations unies.

Travaux pratiques

Pour apprendre à construire des modèles très simples d'évolution en partant de comportements observés

Exercice 1

Vous observez des populations et vous constatez qu'elles évoluent de la manière suivante:

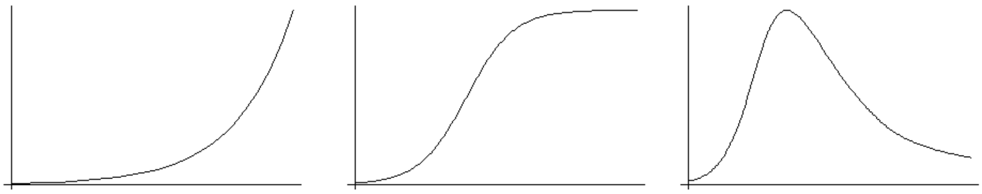

Fig. 1 : Effectifs de populations (en ordonnée) en fonction du temps (en abscisse). La première évolution correspond à une croissance exponentielle, la deuxième à une croissance limitée et la troisième à une croissance suivie d'un déclin.

- Construisez un modèle par type de comportement et formulez quelques hypothèses explicatives.

Pour apprendre à réaliser des simulations lorsque les équations d'évolution sont données. Pour se familiariser avec l'équation logistique discrète et continue et mettre en œuvre la notion de «délai»

Exercice 2

Un modèle très fréquemment utilisé pour rendre compte de l'évolution des effectifs d'une espèce dont les générations annuelles se succèdent sans recouvrement, telles certaines espèces d'insectes par exemple, est donné par l'*équation logistique discrète* :

$$x_{t+1} = n x_t \left(1 - \frac{x_t}{C}\right)$$

où x_t : nombre d'individus au temps t

n : natalité de la population

C : capacité du milieu à l'égard de la population.

S'il y a recouvrement des générations et que la natalité dépend de la densité de la population à un moment du passé, on utilise l'*équation logistique continue* dans laquelle on introduit un délai:

$$\frac{dx}{dt} = n x(t-T) \left[1 - \left(\frac{x(t-T)}{C}\right)^{\alpha}\right] - m x(t)$$

où T : délai

α : paramètre permettant de faire varier la dépendance de la natalité à l'égard de la densité de la population

m : mortalité de la population.

- Simulez différentes évolutions à partir de ces équations en faisant varier la natalité n, la mortalité m, le délai T et l'exposant α.

Pour apprendre à analyser une équation et pour illustrer la notion de stabilité

Exercice 3

Considérons i espèces différentes qui vivent toutes dans le même milieu. L'évolution de chacune de ces espèces peut s'exprimer par:

$$\frac{dx_i}{dt} = n_i x_i \left(1 - \frac{X}{C_i}\right) - m_i x_i$$

où x_i : nombre d'individus de la population i

n_i : natalité de la population i

C_i : capacité du milieu à l'égard de la population i

X : nombre total d'individus ($\sum x_i$)

m_i : mortalité de la population i.

a) Simulez l'évolution du nombre total d'individus lorsqu'il n'y a qu'une espèce dans le milieu.

b) Exprimez la taille maximale de la population en fonction des paramètres C, m et n.

c) Simulez l'évolution des effectifs lorsqu'il y a 2, puis 3 espèces dans le milieu.

d) Sous quelles conditions une espèce parviendra-t-elle à supplanter les autres?

Prochaine réunion: mardi 15 novembre 1994 à 17 h.