

Lettre n° 43

La notion d'oscillation est essentielle, tant dans le monde inanimé de la physique et de la chimie que dans celui des organismes vivants

Il existe des phénomènes d'oscillation qui surviennent spontanément et qui revêtent une grande importance dans la vie quotidienne

L'étude des oscillations constitue le passage obligé que doit emprunter toute théorie des systèmes dynamiques

Un oscillateur peut être caractérisé par son portrait de phases dans lequel sont représentées différentes solutions de l'équation du mouvement de l'oscillateur

Mardi 14 novembre 1995 à 17 h

Oscillations

Bernard Vuilleumier

La notion d'*oscillation*, et celle de vibration qui lui est directement associée, est tout à fait essentielle à l'étude de l'évolution de très nombreux systèmes, tant dans le monde inanimé de la physique et de la chimie que dans celui des organismes vivants. Le *mouvement périodique* est la pierre angulaire de tout l'édifice théorique élaboré pour rendre compte de la dynamique d'un système. En effet, par le biais de la transformée de Fourier, une évolution temporelle quelconque peut être décomposée en une somme de contributions périodiques.

L'oscillateur est l'archétype même d'un dispositif ayant un comportement dépendant du temps. Il en existe plusieurs réalisations dans diverses branches des sciences physiques. La masse pesante suspendue à un ressort élastique, le circuit self-capacité, le résonateur acoustique de Helmholtz sont des exemples de systèmes gouvernés par une *équation différentielle* ayant une solution périodique. De nos jours, l'oscillateur est devenu l'un des composants de base d'un grand nombre de machines fabriquées par l'homme. Mais il existe aussi des phénomènes d'oscillation qui surviennent spontanément et qui revêtent une grande importance dans la vie quotidienne. Ainsi tout dispositif en rotation – roue, moteur, hélice, turbine, etc. – engendre des vibrations susceptibles de perturber son fonctionnement, voire même d'entraîner sa propre destruction. C'est pour cette raison qu'il est impératif d'équilibrer les roues d'un véhicule, le vilebrequin d'un moteur, les hélices d'un avion, les turbines d'une centrale, etc. Au-delà des processus strictement physiques, on rencontre également des oscillations, moins familières sans doute, dans le domaine de la chimie. Elles se produisent lors de réactions d'oxydo-réduction ou de combustion. Le comportement de ces systèmes chimiques se prête à une description satisfaisante en termes d'équations différentielles et comme ils peuvent être réalisés au laboratoire, ils jouent un rôle de premier plan en modélisation. Les comportements périodiques sont aussi présents chez les êtres vivants: respiration, contraction du muscle cardiaque, alternance de veille et de sommeil, cycles de reproduction chez les plantes, etc.

Les dispositifs et les phénomènes présentant un comportement oscillant sont légion. A ce titre, l'oscillateur revêt déjà un intérêt scientifique majeur. De plus, une évolution quelconque peut être décrite à l'aide d'une somme de contributions périodiques. Pour ces deux raisons, l'étude des oscillations constitue le passage obligé que doit emprunter toute théorie des *systèmes dynamiques*.

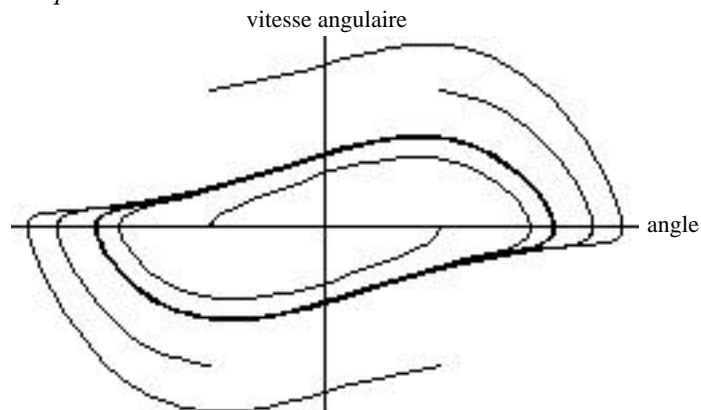


Fig. 1: Portrait de phase d'un oscillateur entretenue. On distingue une courbe fermée dans le plan des phases «angle – vitesse angulaire». Cette trajectoire représente la solution stationnaire de l'équation qui décrit le mouvement de l'oscillateur. C'est un cycle limite vers lequel convergent toutes les trajectoires, quelles que soient les conditions initiales.

Travaux pratiques

Mots clefs

oscillation, mouvement périodique, équation différentielle, système dynamique, portrait de phase

Pour faire apparaître les effets de la linéarisation

Exercice 1

- Construisez un modèle permettant de simuler les oscillations sans frottement d'une masse ponctuelle suspendue à un fil de masse négligeable.
- Simplifiez le modèle en faisant l'hypothèse de petites amplitudes d'oscillation.
- Etablissez dans chaque cas le «portrait de phases» du pendule en reportant la vitesse angulaire en fonction de l'angle du pendule.

Pour introduire les notions de système conservatif et de système dissipatif

Exercice 2

Lorsque la force de rappel est proportionnelle à l'écart par rapport à la position d'équilibre, on parle d'oscillateur harmonique. Construisez un modèle permettant de simuler des oscillations harmoniques :

- sans frottement;
- avec frottement.

Que se passe-t-il lorsque le coefficient de frottement est négatif?

Pour détruire l'invariance par dilatation des solutions d'équations linéaires

Exercice 3

- Construisez un modèle d'oscillateur entretenu en faisant dépendre le coefficient de frottement r de l'amplitude d'oscillation, de telle sorte que r soit négatif pour de faibles amplitudes et qu'il devienne positif pour des amplitudes importantes.
- Etablissez le portrait de phases de cet oscillateur entretenu.

Pour en savoir plus

- Bergé, Pierre, Pomeau, Yves, Vidal, Christian. - *L'ordre dans le chaos*, 2e éd. - Paris: Hermann, 1988, 353 p.
- Les utilisateurs de *STELLA* et de *ithink* trouveront sur Internet de nombreuses et précieuses informations à l'adresse suivante: <http://www.hps-inc.com/>

Prochaine réunion: mardi 12 décembre 1995 à 17h.

