

Club MATH

Centre informatique
pédagogique (CIP)
Case Postale 172
1211 GENEVE 3
Tél. (022) 318.05.30
Responsable:
Raymond Morel

Lettre n° 8

*La méthode consiste à
répéter une technique
d'approximation*

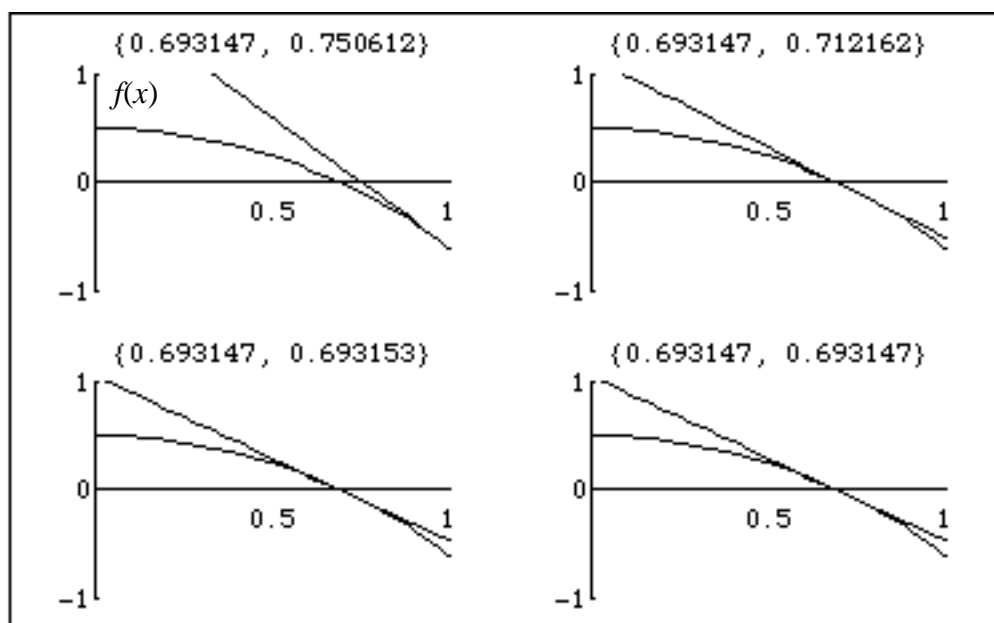
*L'intersection de la
droite avec l'axe x
donne une estimation
de la solution de
l'équation $f(x)=0$*

Lundi 13 janvier 1992 à 17 h.

Résolution de l'équation $$f(x) = 0$$ *par la méthode de Newton*

Présentation: Bernard Vuilleumier

La méthode de Newton est une procédure classique pour résoudre des équations par approximations successives. Ce type de résolution est très ancien. Les Grecs en utilisaient déjà une variante pour trouver les racines carrées: on part d'une estimation; cette estimation en fournit une meilleure, et, en réitérant le procédé, on obtient une valeur qui converge vers la solution. Ce procédé est rapide car le nombre de décimales gagnées en précision double en général à chaque étape. La répétition étant le point fort des ordinateurs, le procédé fait merveille en informatique, où il s'applique à une grande variété de problèmes. La méthode de Newton présente toutefois un petit inconvénient: la solution trouvée dépend de l'estimation initiale. Et comme les équations peuvent posséder plusieurs solutions, on n'obtient pas toujours celle que l'on cherche! Mais cela ne fait en général pas problème, car on a une bonne idée de l'endroit où débiter, et, si la première tentative converge vers une solution inattendue, on peut toujours recommencer avec une autre estimation.



Les deux nombres figurant au haut de chaque graphique donnent respectivement le zéro de la fonction et la valeur obtenue par la méthode de Newton. On constate, dans ce cas, qu'après quatre étapes, les six premières décimales de ces deux nombres sont identiques.

Travaux pratiques

1. Réalisez un certain nombre de graphiques pour illustrer la méthode de Newton en faisant apparaître, sur chaque graphique, la valeur du zéro de la fonction ainsi qu'une estimation de ce zéro.
2. Visualisez la convergence des estimations vers la solution à l'aide d'une animation.
3. Quelles sont les valeurs fournies par la méthode de Newton pour la solution de l'équation $x^2 = 1$ si on donne, comme première estimation:
 - a) $x_0 = -1$
 - b) $x_0 = 0$
 - c) $x_0 = 1$
 - d) $x_0 = 10$
 - e) $x_0 = 100$
 - f) $x_0 = 1000$
 - g) $x_0 = 10000$Combien faut-il d'étapes pour obtenir, dans chaque cas, la solution ?
4. Résolvez, à l'aide de la méthode de Newton, l'équation $z^2 = 1$ ($z \in \mathbb{C}$) en donnant, comme première estimation, des nombres dont la partie réelle est:
 - a) inférieure à zéro
 - b) supérieure à zéroQue constate-t-on ?
5.
 - a) Résolvez, de manière exacte, l'équation $z^3 = 1$ ($z \in \mathbb{C}$).
 - b) Représentez graphiquement les solutions de cette équation.
 - c) Résolvez, à l'aide de la méthode de Newton, l'équation $z^3 = 1$.
6. Essayez de déterminer les frontières entre les estimations qui convergent vers la première, vers la deuxième ou vers la troisième solution. Représentez graphiquement ces frontières.

Prochaine réunion: lundi 3 février 1992 à 17 h.