

Club MATH

Centre informatique
pédagogique (CIP)
Case Postale 172
1211 GENEVE 3
Tél. (022) 318.05.30
Responsable:
Raymond Morel

Lettre n° 10

*Les Babyloniens sa-
vaient calculer l'aire
d'un triangle et l'aire
d'un trapèze.*

*Les Egyptiens connais-
saient une formule
exacte pour déterminer
le volume d'un tronc de
pyramide à base carrée*

*Les Chinois utilisaient
la valeur ≈ 3 pour
calculer l'aire du cercle*

*Les Hindous recou-
raient à la valeur
 ≈ 3.1416*

Lundi 2 mars 1992 à 17 h.

La mesure des aires et des volumes

Présentation: Bernard Vuilleumier

La mesure des aires est probablement aussi vieille que l'instinct de possession d'un territoire chez l'espèce humaine. Elle remonte en tout cas aussi loin que l'histoire écrite. Les premières civilisations ont toutes opéré des mesures d'aires. Les tablettes babyloniennes révèlent, qu'à cette époque, la géométrie est intimement liée à des mesures pratiques. Les Babyloniens savaient calculer l'aire d'un triangle et celle d'un trapèze. Ils connaissaient une formule approximative pour obtenir le volume d'un tronc de cône.

Parmi les 110 problèmes contenus dans les papyrus Rhind⁽¹⁾ et de Moscou⁽²⁾, 26 sont des problèmes de géométrie et ceux-ci concernent en majorité des formules nécessaires pour évaluer l'aire de figures planes et de certains volumes. Un des plus beaux problèmes de la géométrie égyptienne est, sans conteste, l'énoncé 14 du papyrus de Moscou: "Si l'on vous dit: une pyramide tronquée de $h = 6$ et de base 4 et 2; vous devez prendre le carré de 4 qui donne 16, puis doubler 4 pour donner 8, prendre le carré de 2 qui donne 4, ajouter 16 et 8 et 4 pour donner 28; prendre $1/3$ de 6 qui donne 2, prendre 28 deux fois pour donner 56; vous voyez c'est 56."

Il semble bien que la géométrie chinoise, tout comme celle de l'Egypte, trouve son origine dans les mesures. Le plus grand classique des mathématiques chinoises, le *Chui-chang-Suan-shu* ou *L'Art mathématique en neuf sections* contient près de 250 problèmes. Dans la première section, on trouve des résultats exacts au sujet de l'aire du triangle, du rectangle et du trapèze, mêlés à des formules fausses prenant par exemple π égal à 3 pour la circonférence et l'aire du cercle.

Le mathématicien hindou Aryabhata, qui a écrit, en 499, un ouvrage intitulé *Aryabhata*, donne des formules correctes pour calculer l'aire du triangle, du cercle (avec π égal à 3.1416) et du trapèze. En revanche, les formules qu'il indique pour l'aire des figures planes (produit des deux côtés), pour le volume de la pyramide et de la sphère sont fausses.

Introduire l'intégration comme un procédé de mesure et définir l'intégrale à l'aide d'une aire ne devrait donc plus choquer personne... mis à part, peut-être, les puristes de l'école Bourbaki ! Lorsqu'il s'agit par exemple d'exposer la relation qui lie une *densité de probabilité* à sa *fonction de répartition*, le recours à une illustration faisant intervenir des aires est précieux. La présentation de quelques images bien choisies en dit souvent plus qu'un long discours et facilite sans aucun doute la compréhension d'un sujet.

Une image en dit souvent plus qu'un long discours !

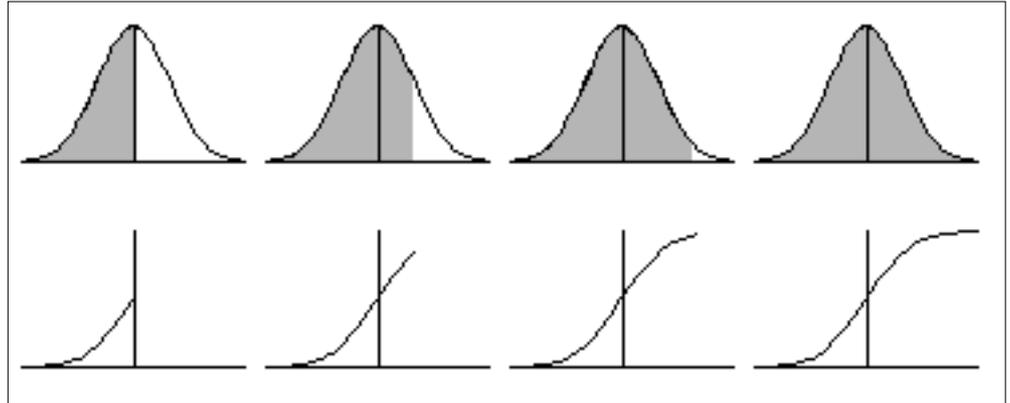
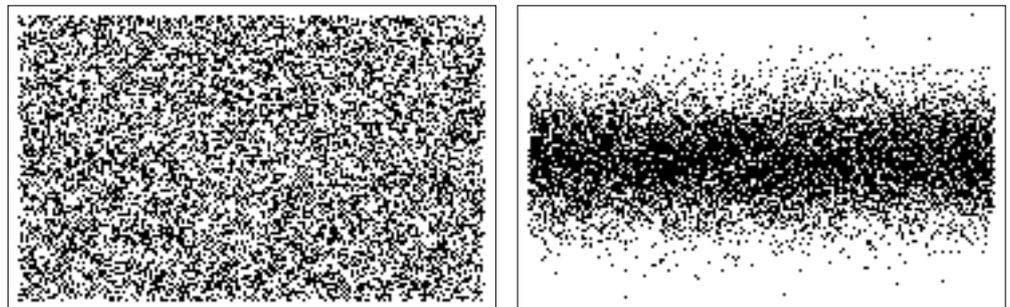


Fig. Densité de probabilité (1^{ère} ligne) et fonction de répartition (2^{ème} ligne).

Travaux pratiques

1. Réalisez une animation permettant d'illustrer la relation entre densité de probabilité et fonction de répartition pour quelques distributions.
2. Examinez, à l'aide d'une méthode graphique, la distribution des nombres pseudo-aléatoires fourni par la fonction "Random" de *Mathematica*. Comparez cette distribution à une distribution de Gauss.

Il y a 10'000 points sur chacune de ces images mais ils sont distribués différemment



Notes

(1) Le papyrus Rhind est conservé au British Museum. Quelques fragments se trouvent au musée de Brooklyn. Il a été acheté en 1858 par un jeune avocat écossais nommé Henry Rhind. Il a été écrit par le scribe Ahmes vers 1650 avant J.-C. et exhumé à Thèbes en 1855. Ce papyrus constitue une des sources principales pour l'étude des mathématiques égyptiennes. Il contient 85 problèmes, rédigés en écriture hiéroglyphique. Le texte, selon Ahmes, est une copie d'un texte plus ancien datant de 1800 à 2000 avant J.-C.

(2) Ce papyrus, conservé au musée des arts de Moscou, porte aussi le nom de l'égyptologue Golenischeff qui l'a acheté en Egypte en 1893. Il a été écrit vers 1850 avant J.-C. par un scribe inconnu. Il contient 25 problèmes reliés pour la plupart à la vie pratique.

Prochaine réunion: lundi 6 avril 1992 à 17 h.