

Club MATH

Centre informatique
pédagogique (CIP)
Case Postale 172
1211 GENEVE 3
Tél. (022) 318.05.30
Responsable:
Raymond Morel

Lettre n° 14

Votre ordinateur effectue toutes ses opérations avec un ensemble discret et fini de nombres appelés nombres machine

Si le résultat d'une opération tombe entre deux nombres machine, votre ordinateur utilise, à la place du résultat exact, le nombre machine le plus proche

La distance entre deux nombres machine consécutifs n'est pas constante: elle dépend de l'endroit où l'on se trouve dans l'ensemble des nombres machine

Lundi 31 août 1992 à 17 h.

La précision et l'arithmétique de votre ordinateur

Présentation: Bernard Vuilleumier

Votre ordinateur effectue toutes ses opérations arithmétiques avec un ensemble discret et fini de nombres rationnels. Cet ensemble constitue ce qu'on appelle les nombres machine ou nombres représentables. Il existe donc des trous entre ces nombres et, bien souvent, le résultat d'une opération n'appartient pas à cet ensemble. Si le résultat d'une opération tombe entre deux nombres machine, la meilleure chose que puisse faire votre ordinateur, c'est d'utiliser le nombre machine le plus proche. La différence entre deux nombres machine consécutifs s'appelle une ulp (unit in the last place) et correspond à une variation d'une unité du dernier chiffre significatif du nombre représentable considéré. La taille d'une ulp varie: elle dépend de l'endroit où l'on se trouve dans l'ensemble des nombres représentables.

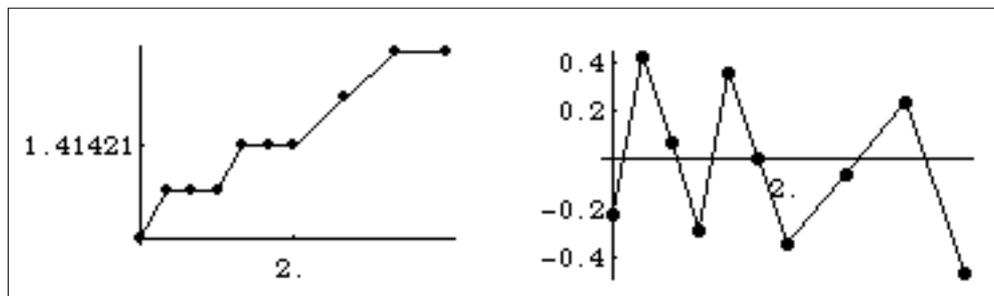


Fig. a) Fonction racine évaluée pour les 10 nombres machine voisins de 2. La distance entre ces nombres change aux puissances de 2. b) Erreur commise dans l'évaluation de la racine carrée de ces 10 nombres. L'erreur - sur l'axe vertical - est donnée en ulp.

Idéalement, aucune opération ne devrait fournir un résultat avec une erreur excédant une demi-ulp car la distance entre le résultat exact et le plus proche nombre machine est toujours inférieure ou égale à une demi-ulp, le cas le plus défavorable se produisant lorsque cette distance vaut exactement une demi-ulp. Il est relativement aisé d'obtenir cet idéal pour les quatre opérations élémentaires et pour la fonction racine carrée. Pour les fonctions transcendentes en revanche, la tâche est plus délicate car elles ne peuvent pas être évaluées en une seule opération et il faut connaître les effets combinés de toutes les erreurs d'arrondi. Il est néanmoins possible d'écrire des algorithmes pour ces fonctions de manière à ce que l'erreur ne soit jamais supérieure à une ulp.

TRAVAUX PRATIQUES

Exercice 1

- a) Quelle est la précision de votre ordinateur ?
- b) Quelle est, sur votre ordinateur, le plus petit nombre que vous pouvez ajouter à 1 et qui donne un résultat différent de 1 ?
- c) Additionnez ce nombre à 1 et vérifiez que la somme est différente de 1.

Exercice 2

Quel est, sur votre ordinateur:

- a) la borne inférieure de la précision d'un nombre inexact
- b) la borne supérieure de la précision d'un nombre inexact.

Exercice 3

Ecrivez un petit programme à l'aide de *Mathematica* (3 lignes au maximum) permettant d'obtenir tous les résultats d'une session de travail à une précision arbitraire donnée.

Exercice 4

Quel est, en utilisant l'arithmétique de votre ordinateur:

- a) le plus petit nombre positif représentable ?
- b) le plus grand nombre représentable ?

Exercice 5

Quel est, en utilisant l'arithmétique à précision arbitraire du logiciel *Mathematica*:

- a) le plus petit nombre positif représentable ?
- b) le plus grand nombre représentable ?

Prochaine réunion: lundi 5 octobre 1992 à 17 h.