

# Club MATH

Centre informatique  
pédagogique (CIP)  
Case Postale 172  
1211 GENEVE 3  
Tél. (022) 318.05.30  
Responsable:  
Raymond Morel

Lettre n° 16

*Historiquement, les nombres complexes ont été introduits pour résoudre des équations pour lesquelles il n'existait pas de solution*

*Les nombres complexes peuvent être représentés à l'aide des points du plan. La partie réelle d'un nombre complexe correspond à l'abscisse et la partie imaginaire à l'ordonnée d'un point*

Lundi 2 novembre 1992 à 16 h 30.

## *Les nombres complexes*

Présentation: Bernard Vuilleumier

**Le club Math est désormais ouvert aux élèves.  
Merci de le leur signaler.**

Les nombres complexes constituent une extension des nombres réels. Historiquement, ils ont été introduits pour résoudre des équations algébriques pour lesquelles il n'existait pas de solution exprimable à l'aide des nombres réels. L'équation  $x^2 + 1 = 0$  par exemple n'a pas de solution réelle. Une solution symbolique appelée unité imaginaire  $i$  et dotée de la propriété  $i^2 = -1$  a donc été créée. Un nombre complexe a deux composantes qui sont appelées partie réelle et partie imaginaire. Il s'écrit  $z = x + iy$ .  $\text{Re}(z)$  désigne la partie réelle  $x$ ,  $\text{Im}(z)$  la partie imaginaire  $y$  de  $z$  et  $i$  l'unité imaginaire. Un nombre complexe  $z$  correspond donc à un point du plan de coordonnées  $(x, y)$ . La longueur de la flèche reliant l'origine à ce point est appelée module ou norme de  $z$  et se note  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Les opérations sur les nombres complexes se ramènent à des additions, soustractions, multiplications et divisions de nombres réels.

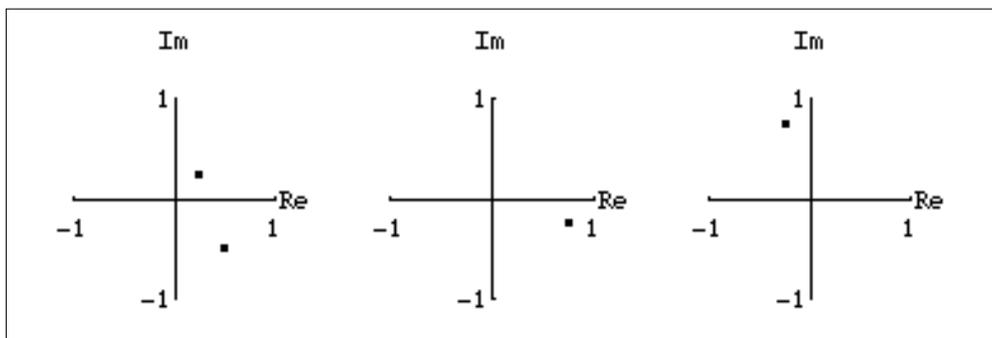


Figure 1: Représentation de deux nombres complexes ( $0.25 + 0.25i$  et  $0.5 - 0.5i$ ), de leur somme ( $0.75 - 0.25i$ ) et de leur différence ( $-0.25 + 0.75i$ ) (de gauche à droite).

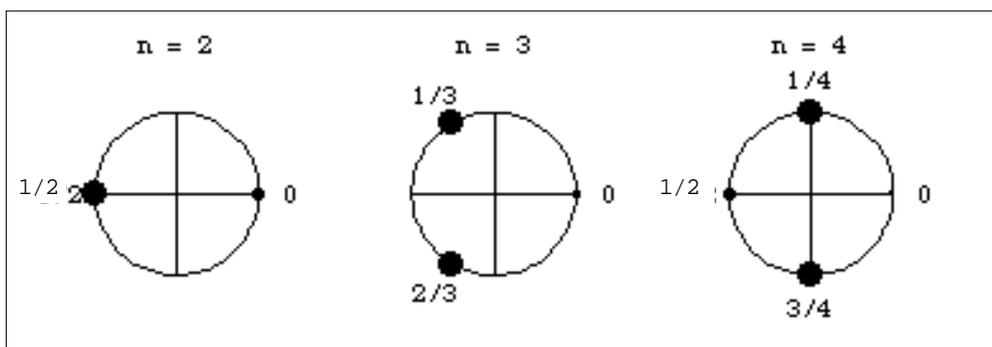


Figure 2: Représentation des racines de l'équation  $x^n = 1$  sur le cercle unité. Le nombre en regard de chaque point donne l'argument (exprimé en fraction de tour) du nombre complexe que le point représente.

# TRAVAUX PRATIQUES

## Exercice 1

Soient  $z_1 = 0.25 + 0.25i$  et  $z_2 = 0.5 - 0.5i$ . Effectuez les opérations suivantes:

- a)  $z_1 + z_2$
- b)  $z_1 - z_2$
- c)  $z_1 \cdot z_2$
- d)  $z_1/z_2$
- e)  $z_1^{z_2}$

## Exercice 2

Exprimez à l'aide d'exponentielles imaginaires:

- a)  $\cos(\varphi)$
- b)  $\sin(\varphi)$
- c)  $\cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$

## Exercice 3

Définissez une fonction permettant de représenter une liste de nombres complexes par des points du plan.

## Exercice 4

Nous verrons comment créer et documenter un module permettant de représenter les racines de l'équation  $x^n = 1$ .

*Prochaine réunion: lundi 7 décembre 1992 à 16 h 30.*