Club MATH

Centre informatique pédagogique (CIP)
Case Postale 172
1211 GENEVE 3
Tél. (022) 318.05.30
Responsable:
Raymond Morel

Lettre nº 17

Lundi 7 décembre 1992 à 16 h 30.

Equations différentielles

Présentation: Bernard Vuilleumier

Résoudre une équation différentielle revient à trouver une ou plusieurs fonctions inconnues. Dans *Mathematica*, une fonction inconnue est représentée par une expression telle que y[x]. Les dérivées successives sont notées y'[x], y''[x], etc. En général, le résultat de la commande DSolve est une liste de fonctions exprimées par des règles:

{{y[x]->solution1},{y[x]->solution2}, ..., }

Résolvons une équation dont la solution peut s'exprimer à l'aide d'une seule fonction:

Dans Mathematica, *la solution d'une équation différentielle est donnée par une règle*

```
DSolve[y'[x]+y[x]^2==0,y[x],x]
                     1
{{y[x] -> --------}}
           x - C[1]
```

Cette fonction est paramétrée par la constante d'intégration C[1]. En ajoutant une condition initiale, on peut fixer la valeur de cette constante:

En ajoutant une condition initiale, on peut fixer la valeur de la constante d'intégration

```
DSolve[{y'[x]+y[x]^2==0,y[0]==1},y[x],x]
                  1
{{y[x] -> -----}}
           1 + x
```

Dans certains cas, cette règle est tout ce dont vous avez besoin, notamment lorsque vous voulez représenter graphiquement la solution:

```
Plot[%[[1,1,2]],{x,0,10}]
```

Mais, si vous avez l'intention d'utiliser la solution d'une équation différentielle dans d'autres calculs, vous avez intérêt à l'obtenir sous forme d'une fonction pure. Il faut dans ce cas résoudre l'équation par rapport à y (et non par rapport à y[x]). DSolve fournit alors une règle donnant y comme fonction pure:

En résolvant par rapport à y, on obtient une fonction pure

```
DSolve[{y'[x]+y[x]^2==0,y[0]==1},y,x]
              1
{{y -> (------ & )}}
         1 + #1
```

N.B. Le nom de la variable n'apparaît pas dans une fonction pure. Remarquons que cette forme, aisément représentable dans *Mathematica*, n'a pas d'équivalent direct en notation mathématique.

Supposons que vous souhaitiez élever au carré $y''(2)+y'(1)$ par exemple. Si la solution est exprimée à l'aide d'une fonction pure, il vous suffit d'écrire:

```
(y''[2]+y'[1])^2/.%[[1]]
```

pour obtenir le résultat:

```
 361
-----
11664
```

Exercices

Exercice 1

Résoudre l'équation $y'=e^{-y}\,\mathrm{Sin}(\pi x)$ avec $y(1/2)=0$ et représenter graphiquement la solution pour $0 \le x \le 2\pi$.

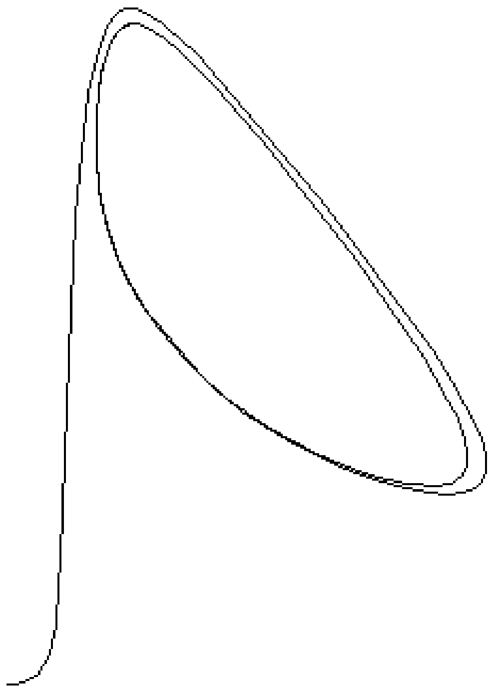
Exercice 2

Résoudre l'équation $y'=2x^2-y/x$ avec $y(1)=3$ et représenter graphiquement la solution pour $-4 \le x \le 4$.

Exercice 3

Résoudre l'équation $y'(2x-y)-2y+x=0$.

Résoudre numériquement l'équation $y'(2x-y)-2y+x=0$ avec $y(1)=0.5$ et représenter graphiquement la solution pour $-1 \le x \le 1$.



Exercice 4

Résoudre l'équation $2xy^2-3y=(3x-2x^2y)$

Exercice 5

Résoudre l'équation $2y^2-3y/x=(3-2xy)y$

Exercice 6

Résoudre l'équation $y'+y+e^x y^4=0$

Exercice 7

Résoudre l'équation $y-xy'=\sqrt{1-y'^2}$

Exercice 8

Résoudre l'équation $y'=r(px+qy+k)$

Exercice 9

Résoudre l'équation $y''+py'+qy=r$

Exercice 10

Résoudre numériquement, pour $0 \le t \le 10$, le système d'équations:

$dx/dt=a+x^2y-bx-x$, $dy/dt=bx-x^2y$, $x(0)=x_0$, $y(0)=y_0$ en posant $a=1$, $b=2.5$ et en faisant varier x_0 et y_0 entre 0 et 3 par pas de 1. Représenter graphiquement la famille de courbes ainsi obtenues.

Prochaine réunion: lundi 11 janvier 1993 à 16 h 30.