Club Math

Centre informatique
pédagogique (CIP)
Rue Théodore-de-Bèze 2
Case Postale 3144
1211 GENÈVE 3
Tél: (022) 318.05.30
Fax: (022) 318.05.35
Directeur:
Raymond Morel

Lettre nº 54

Lundi 6 janvier 1997 à 17 h

Histoires de tortues

Bernard Vuilleumier

Le langage Logo est devenu, grâce à sa «tortue», un précieux auxiliaire pour enseigner à de jeunes enfants des notions de géométrie, de mathématiques, et de programmation

Depuis sa création par Seymour Papert à la fin des années 1960, le langage *Logo* est devenu, grâce à sa «tortue», un précieux auxiliaire pour enseigner à de jeunes enfants des notions de mathématiques, de géométrie et de programmation. Le *Logo* est un langage qui incorpore une «tortue», c'est-à-dire un curseur qui apparaît à l'écran et se déplace en réaction à des ordres donnés au clavier. L'utilisateur commence par donner des instructions simples du genre «avance d'un pas», «tourne à gauche de 90°», «tourne à droite de 90°». Ces commandes peuvent ensuite servir à créer de petits programmes pour dessiner des figures géométriques. Comme le *Lisp* dont il est issu, le *Logo* se prête à des extensions: en plus des opérations prédéfinies, l'utilisateur peut construire et disposer de nouvelles procédures. Une procédure peut en appeler une autre et peut même s'appeler elle-même: le langage *Logo* supporte la récurrence, ce qui permet d'écrire des programmes réalisant des figures compliquées sous une forme très concise.

Le logiciel *Mathematica*, avec son langage de programmation de haut niveau, permet de simuler les mouvements d'une tortue dans le plan et dans l'espace. Plusieurs auteurs ont déjà proposé des extensions qui implantent dans le logiciel les instructions commandant les mouvements d'une tortue. Nous allons examiner les possibilités offertes par les modules «FractalCurves.m» et «RecursiveTurtle.m» développés par Roman Maeder[(1)] et Stan Wagon[(2)].

Les instructions de base pour la tortue du premier module sont le déplacement et la rotation. Une figure géométrique se décrit alors facilement par une séquence d'instructions de ce type. Des commandes prédéfinies autorisent la récurrence en permettant de remplacer chaque mouvement effectué pour décrire une figure par un déplacement selon un motif donné.

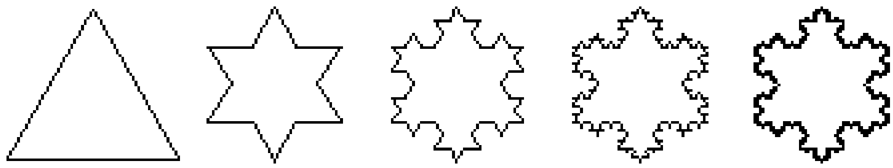

Fig. 1. Pour faire parcourir un triangle équilatéral de côté 1 à la «tortue», il faut lui donner les ordres suivants:déplace-toi d'un pas, tourne de 120°, déplace-toi d'un pas, tourne de 120°, déplace-toi d'un pas. Les figures se trouvant à droite du triangle sont obtenues en demandant à la tortue de remplacer chaque mouvement élémentaire effectué dans la figure précédente, par un déplacement selon un «motif» donné.

Il existe différents modules qui implantent dans le logiciel Mathematica *les instructions permettant de commander les mouvements d'une tortue*

Le deuxième module utilise aussi des déplacements et des rotations, mais les instructions sont données à la tortue à l'aide de signes typographiques: «F» pour un mouvement vers l'avant, «B» pour un mouvement vers l'arrière, «+» pour une rotation positive et «-» pour une rotation négative. Des «règles de réécriture» permettent de remplacer un signe typographique par une chaîne de caractères et donc un axiome (ou déplacement élémentaire de la tortue) par un motif (ou mouvement composé). En partant d'un axiome et en réitérant les règles de réécriture, il est possible de faire dessiner les étapes de la construction d'une courbe de Hilbert à la tortue.

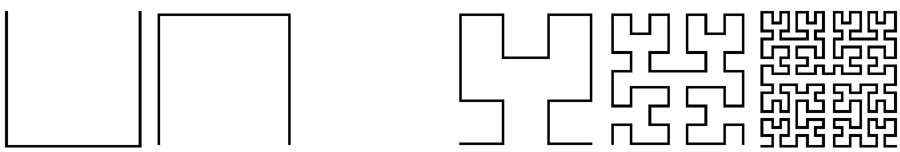

Fig. 2. En donnant deux axiomes (dessine un u) et (dessine un n) ainsi que deux règles de réécriture à la tortue, on peut lui faire dessiner, par récurrence, les étapes de la construction d'une courbe de Hilbert.

(1) Roman Maeder. *The Mathematica Programmer*, AP Professional, (1994).
(2) Stan Wagon, *Mathematica in Action*. Freeman (1991).

Travaux pratiques

Mots clefs
Langage *Logo*, tortue, récurrence, règle de réécriture, courbe fractale.

N.B. Les modules «FractalCurves.m» et «RecursiveTurtle.m», utiles pour ces travaux pratiques, sont disponibles sur le marché m–Mathematica de la messagerie MailBox.

Pour découvrir les commandes des modules «FractalCurves.m» et «RecursiveTurtle.m»

Exercice 1
Dessinez quelques étapes de la construction de l'île de Koch (fig. 1 au recto cette lettre):
a) en utilisant les commandes du module «FractalCurves.m» de Roman Maeder;
b) en utilisant les commandes du module «RecursiveTurtle.m» de Stan Wagon.

Pour apprendre à utiliser les règles de réécriture qui définissent la courbe de Peano

Exercice 2
En désignant par «X» le déplacement de la tortue donnant lieu à la première image à gauche ci-dessous, par «Y» celui donnant lieu à l'image du milieu et en utilisant les commandes «F» pour un mouvement vers l'avant, «+» pour une rotation positive et «-» pour une rotation négative, écrivez la règle de réécriture qui permet de passer de la première à la troisième image.

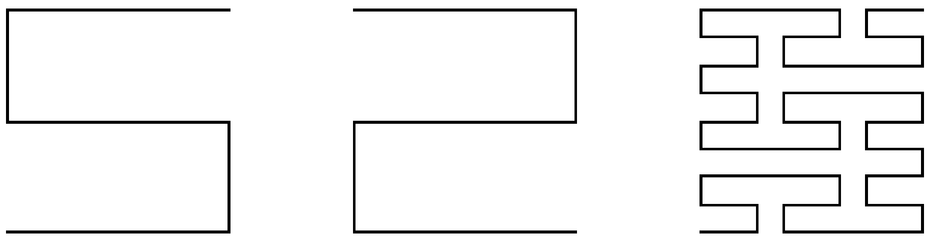

Fig. 3. Déplacements de la tortue obtenus : à gauche par l'ordre «X», au centre par l'ordre «Y», et à droite par l'application d'une règle de réécriture de l'axiome «X».

Pour obtenir les étapes de construction de la courbe de Hilbert

Exercice 3
En désignant par «X» le déplacement de la tortue donnant lieu à la première image à gauche ci-dessous, par «Y» celui donnant lieu à la deuxième image et en utilisant les commandes «F» pour un mouvement vers l'avant, «+» pour une rotation positive et «-» pour une rotation négative, écrivez la règle de réécriture qui permet de passer de la deuxième à la troisième image.

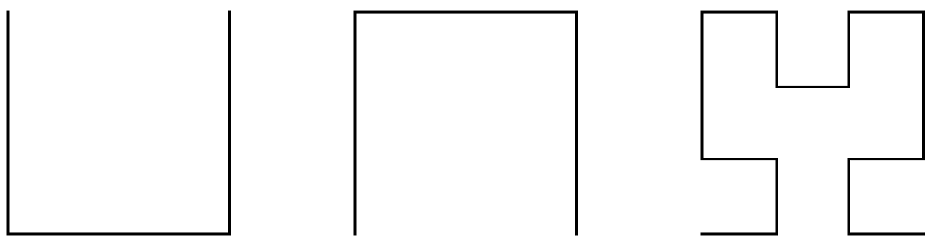

Fig. 4. Déplacements de la tortue obtenus : à gauche par l'ordre «X», au centre par l'ordre «Y», et à droite par l'application d'une règle de réécriture de l'axiome «Y».

Prochaine réunion: lundi 3 février 1997 à 17h.