

Lundi 3 mars 1997 à 17 h

L'ordre et le chaos

Bernard Vuilleumier

Centre informatique
pédagogique (CIP)
Rue Théodore-de-Bèze 2
Case Postale 3144
1211 GENÈVE 3
Tél: (022) 318.05.30
Fax: (022) 318.05.35
Directeur:
Raymond Morel

Lettre n° 56

*L'ordre implique la régularité
et permet la prévision*

*Habituellement, le chaos fait
référence à l'informe, à la
confusion et à l'aléatoire*

*Les scientifiques de toutes les
disciplines tentent d'appriivoi-
ser le chaos...*

*Mais, en sciences, on ne peut
rien tirer du désordre*

*Le chaos mathématique n'est
pas l'informe, c'est un concept
qui permet de former du
complexe à partir du simple*

La notion d'ordre implique l'idée d'une relation intelligible entre plusieurs éléments. Elle fait en général intervenir une succession régulière, qu'elle soit spatiale ou temporelle. On dira par exemple qu'une forme spatiale est ordonnée si elle peut être construite par un procédé géométrique descriptible en peu de mots. Un facteur d'ordre typique est l'existence d'une symétrie : la forme peut alors être engendrée par un ensemble de transformations. Et le mot *chaos* ? N'est-il que le contraire du mot *ordre* ? A l'origine, le terme chaos se référait aux ténèbres informes à partir desquelles, selon la Bible (Genèse 1:2), l'univers a été façonné. Depuis, le mot s'est humanisé. Le chaos désigne maintenant le plus souvent l'état d'affaires humaines aléatoires, irrégulières. Si on regarde dans un dictionnaire la définition du mot «chaos», on trouve: «confusion générale des éléments, de la matière, état désordonné, désordre complet». D'après les sceptiques, le chaos est même l'état normal du monde. Ils postulent que les choses livrées à elles-mêmes évoluent vers la désorganisation et le désordre. Si l'ordre est défini positivement par un mécanisme générateur, le chaos des sceptiques, lui, ne peut être défini que négativement, par l'absence d'ordre évident. Il y a là une source de difficulté, car certaines lois génératives, de définition très brève, peuvent néanmoins conduire à des formes d'aspect chaotique. De l'ordre caché peut se dissimuler sous un chaos apparent.

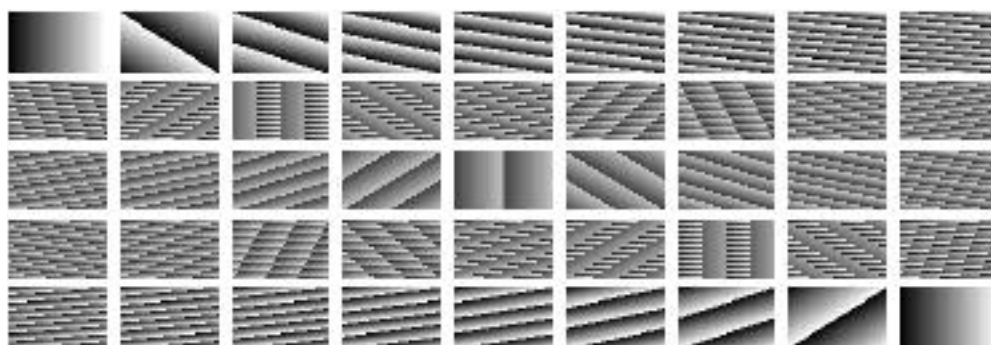


Fig. 1: L'application répétée d'une transformation géométrique toute simple permet d'obtenir, en partant d'une image parfaitement ordonnée, une suite d'images plus ou moins complexes. Si on applique la transformation un nombre suffisant de fois, il se produit une récurrence : l'image initiale réapparaît.

La recherche mathématique à propos du chaos remonte à 1890, époque à laquelle Henri Poincaré étudie la stabilité du système solaire. En 1970, David Ruelle et Floris Takens commencent à utiliser le concept de chaos pour décrire des phénomènes naturels. Depuis, le nombre de travaux relatifs au chaos a littéralement explosé. Les scientifiques de toutes les disciplines prennent aujourd'hui conscience de la puissance des techniques développées durant cette période pour «apprivoiser le chaos». Ils commencent à appliquer ces techniques à un nombre de plus en plus important de problèmes concernant la physique, la chimie, l'écologie et même l'économie. Mais du désordre, la raison ne peut rien tirer. Lorsque les mathématiciens se sont intéressés au chaos, c'était pour tenter d'y trouver de l'ordre, et ils y sont parvenus ! Créer de l'ordre, de l'ordre intellectuel, voilà bien une des activités principales des mathématiques. Le chaos des scientifiques n'est donc pas l'informe, et son désordre n'est qu'apparent: il peut être décrit, et il ne doit rien au hasard. Qu'est-ce alors exactement, d'un point de vue scientifique, que le chaos ? C'est un concept qui explique certains désordres et qui permet de créer du complexe avec du simple.

Travaux pratiques

Mots clefs

Ordre, désordre, chaos, chaos déterministe, transformation.

Pour apprendre à caractériser l'ordre et découvrir une loi de transformation simple qui donne des figures complexes

Exercice 1

- a) Voyez-vous un ordre dans chacun des motifs de la figure 1 du recto ? Essayez de décrire quelques motifs. Quel est le terme qui a le plus de chance de figurer dans chacune des descriptions: ordre, désordre, symétrie, chaos?
- b) Quelle relation ces motifs entretiennent-ils entre eux? La figure présente-t-elle des régularités? Possède-t-elle une symétrie? Quel est le procédé géométrique qui permet de passer d'un motif au suivant?

Pour illustrer les transitions possibles entre ordre et chaos et générer de l'ordre à partir du chaos

Exercice 2

- a) Avec de l'ordre et du chaos, quelles transitions peut-on envisager ? En d'autres termes, combien d'arrangements avec répétition peut-on former avec deux éléments?
- b) Dessinez n points de manière aléatoire sur une feuille de papier. Reliez-les en partant du premier pour aboutir au dernier. Vous obtiendrez alors un polygone de forme irrégulière (chaos). Prenez ensuite le milieu de chaque côté du polygone et reliez les points obtenus. Répétez cette opération autant de fois que vous le pouvez. Que constatez-vous?

Comment construire et utiliser une «machine à chaos»

Exercice 3

- a) Munissez-vous d'une feuille cartonnée, de deux punaises, d'un large élastique de longueur d et d'un fil (non extensible) de longueur $2d$. Nouez les extrémités de l'élastique aux extrémités du fil. Fixez un des nœuds à l'aide d'une punaise sur la feuille cartonnée (point A). Tendez l'élastique et fixez l'autre nœud à une distance d de A (point B). Pour faire fonctionner la machine, procédez ainsi:

1° choisissez un point arbitraire x_0 entre A et B sur la feuille cartonnée;

2° reportez le point sur l'élastique;

3° libérez le nœud fixé en B , tendez le fil jusqu'à sa pleine longueur en tirant sur ce nœud – ce qui a pour effet de doubler la longueur initiale de l'élastique – et ramenez ce nœud en A en enroulant l'élastique autour de la punaise plantée en B ;

4° reportez sur la feuille cartonnée le point dessiné sur l'élastique. Vous obtenez alors le point x_1 . Reprenez à partir de 2° et répétez le cycle une cinquantaine de fois.

- b) Construisez deux machines identiques et jouez à deux. Choisissez tous deux un même point initial et répétez le cycle une vingtaine de fois. Comparez ensuite vos résultats.

Prochaine réunion: lundi 7 avril 1997 à 17 h.