

Lundi 10 janvier 2000 à 17 h

Distances

Bernard Vuilleumier

<http://www.edu.ge.ch/cptic/clubs/mathappl/>

Centre pédagogique des technologies de l'information et de la communication (CPTIC)
Rue Théodore-de-Bèze 2
Case Postale 3144
1211 GENÈVE 3
Tél: (022) 318.05.30
Fax: (022) 318.05.35
Directeur: Raymond Morel

Lettre n° 148

Combien de distances peut-on former entre n villes sur un globe terrestre?

Et comment mesurer ces distances lorsque les villes se trouvent sur une carte?

Ces questions anodines permettent d'illustrer des notions mathématiques peu banales

La distance est une grandeur attachée à tout ensemble de deux points A et B d'un solide rigide. C'est une grandeur mesurable, car on sait définir l'égalité et la somme de deux distances: si l'on peut faire coïncider AC et XZ on dit que les distances AC et XZ sont égales; si B est un point de la droite AC compris entre A et C , on dit que la distance AC est la somme des distances AB et BC . La mesure d'une distance est alors conditionnée par le choix d'une unité de mesure.

Considérons des points sur une sphère, par exemple des villes sur un globe terrestre. Combien de distances entre villes obtenons-nous pour n villes? Pour essayer de répondre à cette question, formons le tableau ci-dessous:

	ville1	ville2	ville3
ville1	$d[1, 1]$	$d[1, 2]$	$d[1, 3]$
ville2	$d[2, 1]$	$d[2, 2]$	$d[2, 3]$
ville3	$d[3, 1]$	$d[3, 2]$	$d[3, 3]$

Fig. 1: En plaçant le nom des différentes villes sur une ligne puis sur une colonne, on obtient un tableau à double entrée. Dans un tel tableau, la distance entre deux villes se lit à l'intersection de la ligne qui porte le nom de la première ville et de la colonne qui porte celui de la seconde.

Mathematica recense la position d'un certain nombre de villes dans une base de données nommée «CityData». La position de ces villes correspond à la position de points sur une sphère. Les coordonnées de chaque ville sont donc données à l'aide d'une latitude et d'une longitude. La distance entre deux villes ne correspond plus à un segment de droite mais à un arc de grand cercle. Mais les propriétés du tableau ci-dessus restent inchangées, et un examen attentif de ses caractéristiques permet de deviner le nombre de distances à trouver.

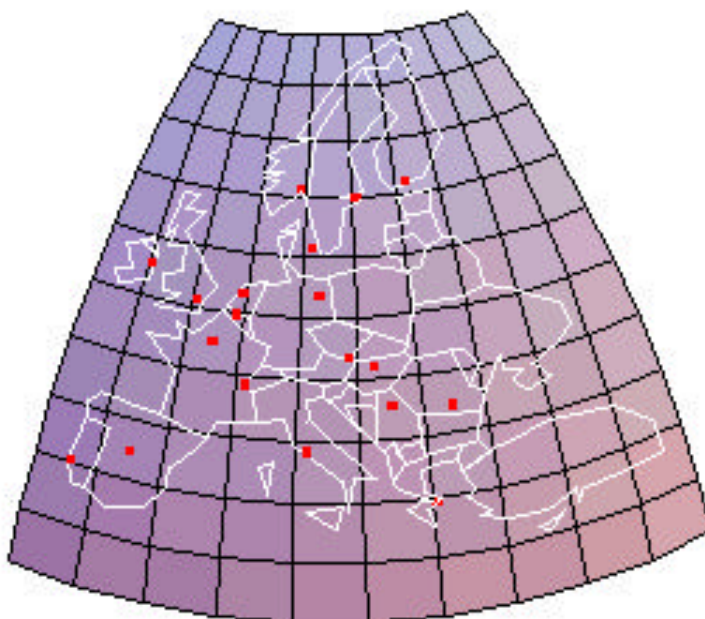


Fig. 2: La distance entre deux points situés sur une surface plane est donnée par la longueur du segment de droite qui les relie. La distance entre deux points se trouvant sur une sphère est égale à la longueur d'arc du grand cercle qui passe par les deux points.

Prochaine réunion: lundi 7 février 2000 à 17 h.

Travaux pratiques

Mots clefs

Carte, coordonnée, distance, ensemble, géographie, globe, k -sous ensemble, latitude, longitude, mesure, plan, projection, sphère, tableau, Terre, ville.

Pour jeter des ponts entre géographie et mathématiques

Pour construire un tableau donnant les distances entre différentes villes

Pour introduire la notion de carte et de projection

Exercice 1

- Combien de villes la base de données «CityData» de *Mathematica* comporte-t-elle?
- Combien de distances ville à ville peut-on former avec ce nombre de villes?

Exercice 2

- Composez le tableau à trois lignes et à trois colonnes ci-dessous à l'aide de *Mathematica* :

	1	2	3
1	<code>d[1, 1]</code>	<code>d[1, 2]</code>	<code>d[1, 3]</code>
2	<code>d[2, 1]</code>	<code>d[2, 2]</code>	<code>d[2, 3]</code>
3	<code>d[3, 1]</code>	<code>d[3, 2]</code>	<code>d[3, 3]</code>

- Remplacez «1» par «ville1», «2» par «ville2», etc.
- Ecrivez un programme qui remplace 1, 2, ..., n dans un tableau à n lignes et à n colonnes par «ville1», «ville2», ..., «villen» de la base de données «CityData» et d par la fonction «CityDistance». Modifiez ensuite votre programme afin qu'il permette de choisir:
 - le numéro de la ville qui figurera en première position;
 - le nombre de lignes du tableau;
 - le nombre de colonnes du tableau.

Exercice 3

Choisissez quelques villes figurant dans «CityData» et placez-les:

- sur une carte plane en utilisant une projection équirectangulaire (la longitude de la ville devient la coordonnée x et la latitude la coordonnée y du point qui représente la ville).
- sur une sphère.
- Dessinez dans chaque cas les frontières des pays auxquels ces villes appartiennent et comparez les «cartes» obtenues.

Sources et bibliographie

- Wolfram Research, *Mathematica 4.0 Standard Add-on Packages* (Wolfram Media, 1999)