

## Lettre n° 155

*La cinématique fait mieux que l'astrologie: elle peut non seulement prédire l'avenir, mais aussi redire le passé*

*Si la position et la vitesse initiales d'un mobile sont connues, sa trajectoire peut être déduite de son accélération*

*L'opération mathématique fondamentale qui permet de prédire l'avenir (mais en cinématique seulement!) s'appelle l'intégration*

Lundi 6 novembre 2000 à 17 h

## Prédire l'avenir

Bernard Vuilleumier

La cinématique étudie le mouvement des corps solides par rapport à un repère  $(O, x, y, z)$ . La position et la vitesse initiales d'un **mobile** étant données, il est possible de trouver ses positions passées et futures si on connaît son accélération. Cette étude conduit à définir les notions de trajectoire, de vecteurs vitesse et accélération. L'étude du mouvement dans un repère consiste en l'étude du vecteur position  $R$ , fonction vectorielle du temps, exprimée sous la forme  $xX + yY + zZ$ , c'est-à-dire à l'aide de ses composantes  $x, y, z$  dans le repère.

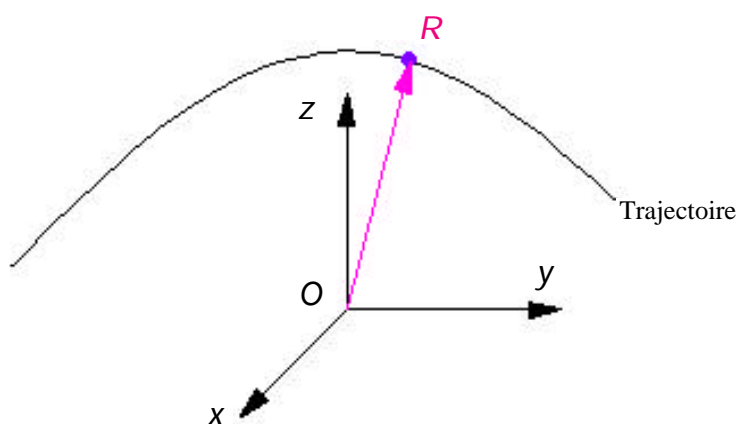


Fig. 1: La cinématique étudie l'évolution du vecteur position  $R$  en fonction du temps.

Considérons un mobile initialement au repos et se trouvant à l'origine d'un axe  $Ox$ . Si nous connaissons la fonction donnant l'accélération du mobile au cours du temps, nous pouvons prévoir quelle sera sa vitesse et sa position à n'importe quel instant.

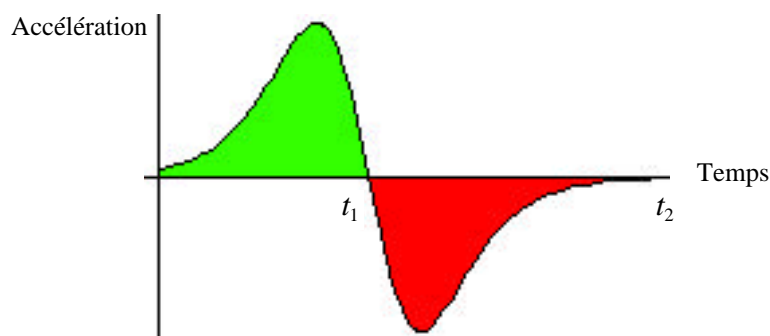


Fig. 2: L'aire entre la courbe donnant l'accélération et l'axe temporel donne la vitesse du mobile. Cette aire se compte **positivement** lorsqu'elle se trouve au-dessus de l'axe et **négativement** lorsqu'elle se trouve au-dessous. La vitesse – comme l'aire – est donc maximale au temps  $t_1$  et nulle au temps  $t_2$ .

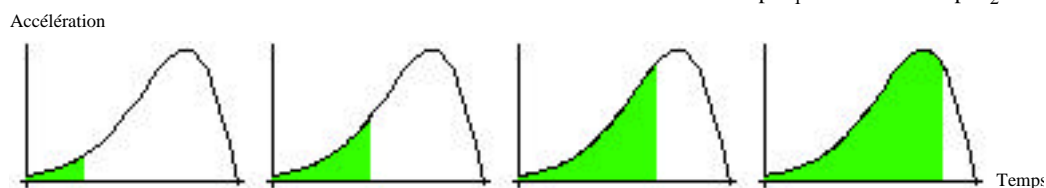


Fig. 3: La vitesse évolue d'instant en instant comme l'aire: celle-ci augmente tant que l'accélération est positive. Pour faire diminuer l'aire – et donc la vitesse – il faut que l'accélération devienne négative.

*Prochaine réunion: lundi 4 décembre 2000 à 17 h.*

# Travaux pratiques

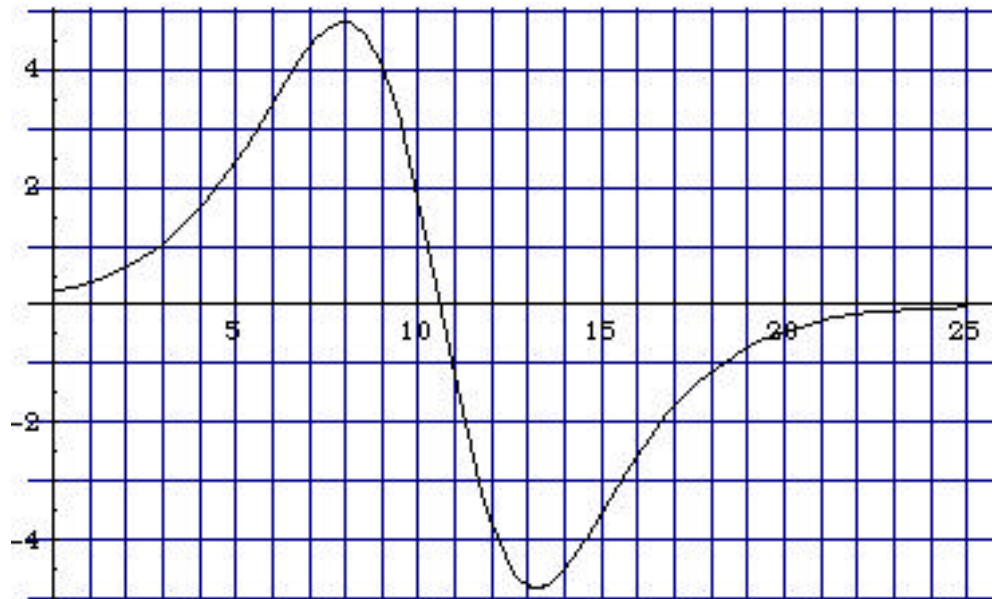
## Mots clefs

Cinématique, trajectoire, vecteur, accélération, vitesse, position, intégration, primitive.

*Pour trouver la vitesse et la position d'un mobile à partir de son accélération*

## Exercice 1

Le graphique ci-dessous donne l'accélération d'un véhicule se déplaçant selon un axe  $Ox$  en fonction du temps (axe horizontal en s, axe vertical en  $m/s^2$ ). En  $t = 0$  s, le véhicule se trouve à 1 m de l'origine et sa vitesse vaut 0.5 m/s. Déduisez de ce graphique la vitesse et la position du véhicule de seconde en seconde.



*Pour trouver la trajectoire à partir des composantes de l'accélération*

## Exercice 2

L'accélération d'un mobile se déplaçant dans l'espace est donnée au cours du temps par les composantes:

$$\begin{aligned} a_x &= -v^2/R \cos(\omega t) \\ a_y &= -v^2/R \sin(\omega t) \\ a_z &= -0.1 \end{aligned} \quad [m/s^2]$$

Construisez un modèle fournissant la trajectoire du mobile pour les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} v &= \omega R \\ \omega &= 0.2\pi \quad [Hz] \\ R &= 2 \quad [m] \end{aligned}$$

et pour  $t$  variant de 0 à 10 s, sachant qu'en  $t = 0$  le mobile se trouve en  $(R; 0; 0)$  et que les composantes de sa vitesse valent:

$$\begin{aligned} v_x &= 0 \quad [m/s] \\ v_y &= v \\ v_z &= 0 \quad [m/s] \end{aligned}$$

De quel type de mouvement s'agit-il?

## Sources et bibliographie

• Jeanine MOREL, Article «Cinématique», *CD-Universalis 5.0*, 1999.